HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 – HÀ TĨNH

Câu 1 (2điểm)

a) Trục căn thức ở mẫu của biểu thức: $\frac{5}{\sqrt{6}-1}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x-y=7\\x+2y=1\end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

a) Ta có: $\frac{5}{\sqrt{6}-1}=\frac{5(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)}$

$$=\frac{5(\sqrt{6}+1)}{6-1}=\frac{5(\sqrt{6}+1)}{5}=\sqrt{6}+1$$

b) Ta có: $\begin{cases}2x-y=7\\x+2y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-2y=14\\x+2y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x=15\\x+2y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$

Câu 2 (2điểm)

Cho biểu thức: $P=\left(\frac{4a}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}}\right).\frac{\sqrt{a}-1}{a^2}$ với a >0 và $a\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Với những giá trị nào của a thì P = 3.

Hướng dẫn giải:

a) Với $0<a\neq 1$ thì ta có: $P=\left(\frac{4a}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}}\right).\frac{\sqrt{a}-1}{a^2}=\frac{4a-1}{\sqrt{a}-1}.\frac{\sqrt{a}-1}{a^2}$

$$=\frac{4a-1}{a^2}$$

b) Với $0<a\neq 1$ thì P = 3 $\Leftrightarrow\frac{4a-1}{a^2}=3\Leftrightarrow 3a^2=4a-1\Leftrightarrow 3a^2-4a+1=0$

$\Leftrightarrow$ a = 1 (loại) hoặc $a=\frac{1}{3}$ (thỏa mãn đk).

Câu 3 (2điểm)

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng y = ax + b đi qua điểm M(–1 ; 2) và song song với đường thẳng y = 2x + 1. Tìm a và b.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 4x - m^2 - 5m = 0$. Tìm các giá trị của m sao cho: $|x_1 - x_2| = 4$.

Hướng dẫn giải:

a) Đường thẳng y = ax + b song song với đường thẳng y = 2x +1 nên:

$$a = 2, b \neq 1.$$

Vì đường thẳng y = 2x + b đi qua điểm M(–1 ; 2) nên ta có pt:

$2(-1) + b = 2 \Leftrightarrow b = 4$ (thỏa mãn $b \neq 1$). Vậy a = 2, b = 4

b) Ta có : $\Delta' = 4 + m^2 + 5m = (m+1)(m+4)$. Để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thì ta có:

$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -4$ hoặc $m \geq -1$ (*)

Theo định lí Vi-et, ta có: $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = -4$ và $x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = -m^2 - 5m.$

Ta có: $|x_1 - x_2| = 4 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1.x_2 = 16$

$\Leftrightarrow 16 - 4(-m^2 - 5m) = 16 \Leftrightarrow m^2 + 5m = 0 \Leftrightarrow$ m = 0 hoặc m = – 5

Kết hợp với đk(*), ta có m = 0 , m = – 5 là các giá trị cần tìm.

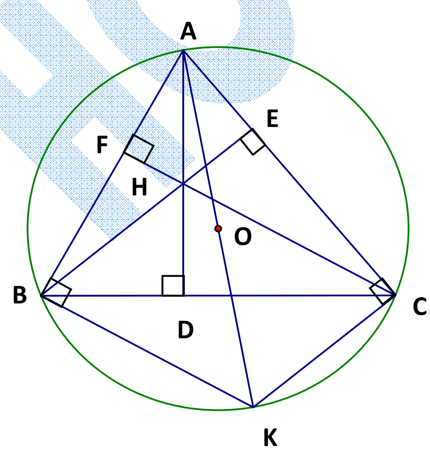
Câu 4 (3điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O. Hai đường cao AD, BE cắt nhau tại H ($D \in BC$, $E \in AC$) .

a) Chứng minh tứ giác ABDE nội tiếp đường tròn.
b) Tia AO cắt đường tròn (O) tại K (K khác A). Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành.
c) Gọi F là giao điểm của tia CH với AB. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{AD}{HD} + \frac{BE}{HE} + \frac{CF}{HF}.$$

Hướng dẫn giải:



a) Vì AD và BE là các đường cao nên ta có: $\widehat{ADB} = \widehat{AEB} = 90^\circ$

$\Rightarrow$ Hai góc $\widehat{ADB}$, $\widehat{AEB}$ cùng nhìn cạnh AB dưới một góc 90° nên tứ giác ABDE nội tiếp đường tròn.

b) Ta có: $\widehat{ABK} = \widehat{ACK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow CK \perp AC, BK \perp AB$ (1)

Ta có H là trực tâm của tam giác ABC nên: $BH \perp AC, CH \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: BH // CK, CH // BK.

Vậy tứ giác BHCK là hình bình hành (theo định nghĩa)

Đặt $S_{BHC} = S_1$, $S_{AHC} = S_2$, $S_{AHB} = S_3$, $S_{ABC} = S$. Vì ΔABC nhọn nên trực tâm H nằm bên trong ΔABC, do đó: $S = S_1 + S_2 + S_3$.

Ta có: $\dfrac{AD}{HD} = \dfrac{S_{ABC}}{S_{BHC}} = \dfrac{S}{S_1}$ (1), $\dfrac{BE}{HE} = \dfrac{S_{ABC}}{S_{AHC}} = \dfrac{S}{S_2}$ (2), $\dfrac{CF}{HF} = \dfrac{S_{ABC}}{S_{AHB}} = \dfrac{S}{S_3}$ (3)

Cộng vế theo vế (1), (2), (3), ta được:

$$Q = \frac{AD}{HD} + \frac{BE}{HE} + \frac{CF}{HF} = \frac{S}{S_1} + \frac{S}{S_2} + \frac{S}{S_3} = S\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3}\right)$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương, ta có:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 \ge 3\sqrt[3]{S_1.S_2.S_3} \quad (4)\ ; \quad \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \ge \frac{3}{\sqrt[3]{S_1.S_2.S_3}} \quad (5)$$

Nhân vế theo vế (4) và (5), ta được: $Q \ge 9$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow S_1 = S_2 = S_3$ hay H là trọng tâm của ΔABC, nghĩa là ΔABC đều.

Câu 5 (1điểm)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau vô nghiệm:

$x^2 - 4x - 2m|x - 2| - m + 6 = 0.$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $x^2 - 4x - 2m|x - 2| - m + 6 = 0$ (*). Đặt $|x-2| = t \ge 0$ thì pt (*) trở thành: $t^2 - 2mt + 2 - m = 0$ (**), $\Delta'(t) = m^2 + m - 2 = (m-1)(m+2)$

Để pt (*) vô nghiệm thì pt(**) phải vô nghiệm hoặc có 2 nghiệm t_1, t_2 sao cho: $t_1 \le t_2 < 0$

Pt (**) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'(t) < 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+2) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$ (1)

Pt (**) có 2 nghiệm t_1, t_2 sao cho: $t_1 \le t_2 < 0$. Điều kiện là:

$$\begin{cases} \Delta' \ge 0 \\ 2m < 0 \\ 2 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \ge 0 \\ m < 0 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \le -2 \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2), ta có đk cần tìm của m là: m <1.

Nguồn: Hocmai.vn